

Лабораторна робота № 4.1

Вивчення стоячих хвиль і визначення власних частот коливань струни

Прилади: 1) генератор електричних коливань ГЗ; 2) струна на підставці; 3) постійний магніт; 4) набір тягарців; 5) аналітичні терези.

Мета роботи: отримання на струні стоячих хвиль, спостереження картини розподілу амплітуд і кількісна перевірка формули власних частот коливань струни.

Теоретичні відомості.

Якщо натягнути між двома точками струну вивести з положення рівноваги, вона буде коливатися. Хвиля, поширюючись по струні, відбивається від її кінців. Внаслідок накладення падаючої і відбитої хвиль в струні встановлюються особливі коливання.

Особливості полягають у тому, що коливаються не всі точки струни. Частина з них залишаються нерухомими і називаються **вузлами** стоячої хвилі. На кінцях струни в точках закріплення обов'язково виходять вузли, а між ними одна або кілька **пучностей** - областей, що коливаються з максимальною амплітудою.

Між двома сусідніми вузлами всі точки струни коливаються одночасно (в однаковій фазі, синфазно), але з різними амплітудами.

Такий тип синфазних коливань з характерним просторовим розподілом амплітуд - чергуванням вузлів (нулів) і пучностей (максимумів) отримав назву **стоячої хвилі**. Відстань між двома сусідніми вузлами дорівнює половині довжини хвилі.

Стоячі хвилі утворюються в результаті накладання двох зустрічних хвиль, що біжать з однаковою амплітудою і частотою.

Розглянемо гнучку однорідну нитку (струну), натягнуту між двома точками. Припустимо, що в стані рівноваги струна розтягнута вздовж осі X . Будемо піддавати струну вимушеним коливанням. Тоді по ній в обидва боки - вправо і вліво - побіжать пружні поперечні хвилі.

Коли біжуча хвиля досягне закріпленого кінця струни, то на цьому кінці станеться відбивання хвилі. Відбита хвиля буде поширюватися назустріч падаючій.

Напишемо рівняння двох хвиль, що поширюються уздовж осі X , вправо (в бік зростання x)

$$\xi_1 = A \cos(\omega t - kx) . \quad (1)$$

і вліво (у бік зменшення x)

$$\xi_2 = A \cos(\omega t + kx) , \quad (2)$$

тут ξ - поперечне зміщення точки струни з координатою x в момент часу t , ω - кругова частота, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - хвильове число, λ - довжина біжучої хвилі. Для простоти початок відліку x і t вибрано так, щоб початкова фаза хвиль дорівнювала нулю.

Рух кожної точки струни, що коливається, можна розглядати як результат додавання падаючої і відбитої хвиль. Падаюча на перешкоду хвиля і біжуча їй назустріч відбита хвиля, накладаючись одна на одну, дають в кожній точці струни зміщення

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = A \cos(\omega t - kx) + A \cos(\omega t + kx) . \quad (3)$$

Перетворимо цю суму за формулою для суми косинусів

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}. \quad (4)$$

Тоді рівняння набуде вигляду

$$\xi = (2A \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}) \cos \omega t. \quad (5)$$

З формули (5) випливає, що всі точки струни здійснюють гармонічні коливання з однаковою частотою ω , тією ж, що і у біжучих хвиль. Але оскільки змінна x входить у вираз для амплітуди, амплітуда коливань є різною для різних точок простору - змінюється від точки до точки за законом косинуса.

$$\text{амплітуда} = \left| 2A \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \right|. \quad (6)$$

У точках, координати яких задовольняють умові

$$2\pi \frac{x}{\lambda} = \pm n\pi \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (7)$$

амплітуда коливань є максимальною. Ці точки називаються **пучностями** стоячої хвилі. Координати пучностей

$$x_{\text{пучн}} = \pm n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (8)$$

Коливаються не всі точки струни. У точках, координати яких задовольняють умові

$$2\pi \frac{x}{\lambda} = \pm (n + \frac{1}{2})\pi \quad (n = 0, 1, 2, \dots), \quad (9)$$

амплітуда коливань дорівнює нулю. Ці точки називаються **вузлами** стоячої хвилі. Координати вузлів

$$x_{\text{вузл}} = \pm (n + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (10)$$

З формул (8) і (10) випливає, що відстань між сусідніми пучностями або сусідніми вузлами дорівнює $\frac{\lambda}{2}$.

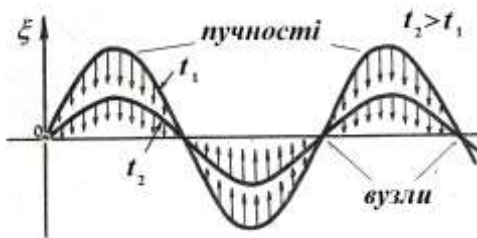


Рис. 1.

Всі точки, що знаходяться між сусідніми вузлами, одночасно досягають максимального відхилення і одночасно проходять через положення рівноваги. На рис. 1 наведені «моментальні фотографії» відхилень точок від положення рівноваги в два близьких моментів часу t_1 і t_2 . Стрілками вказані напрямки руху точок струни.

На рис. 2 показані положення струни через кожну восьму частину періоду. Спочатку всі крапки струни лежать на прямій лінії (див. рисунок). Потім між нерухомими вузлами відбувається спучування струни, яке досягає максимуму через чверть періоду. Після цього спучування спадає, і струна знову стає прямою через півперіоду. Далі спучування відбувається в інший бік.

У кожну мить видно хвилю, при цьому хвиля стоїть на місці - звідси назва цього типу коливань - **стояча хвиля**.

Інші приклади стоячих хвиль - стояча звукова хвиля всередині повітряних труб (орган, духові музичні інструменти), стоячі електромагнітні хвилі в лініях передач або хвилеводах.

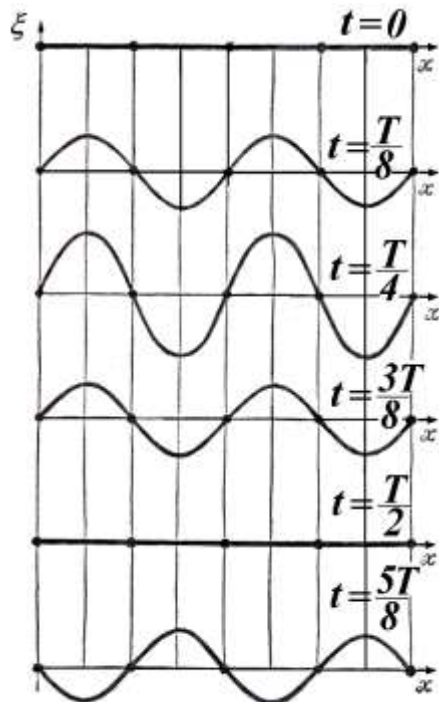
На відміну від біжучої хвилі, яка може рухатися вправо або вліво, у стоячій хвилі немає напрямку поширення. Ця відмінність є видною на двох знімках, що відносяться до близьких моментів часу (рис. 3).

Для біжучої хвилі максимуми і мінімуми хвилі в кожному наступну мить переходять на нове місце, а в стоячій хвилі залишаються на одному і тому ж місці.

У стоячій хвилі на відміну від біжучої не відбувається перенесення енергії. Це пояснюється тим, що падаюча і відбита хвилі мають однакову амплітуду і тому переносять однакову енергію в протилежних напрямках. Оскільки вузлові точки є нерухомими, через них енергія не переноситься.

Енергія стоячої хвилі є величина стала. В той момент часу, коли всі частинки струни проходять через положення рівноваги, вся енергія частинок є кінетичною. Навпаки, в положенні максимального відхилення від положення рівноваги, енергія всіх частинок є потенціальною. Відбувається перетворення кінетичної енергії в потенціальну і навпаки.

На довжині струни l буде укладатися завжди ціле число



и т.д.
Рис. 2.

стоячих хвиль. Звідси випливає умова

$$l = n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 1, 2, \dots) \quad (11)$$

Або

$$\lambda_n = \frac{2l}{n}. \quad (12)$$

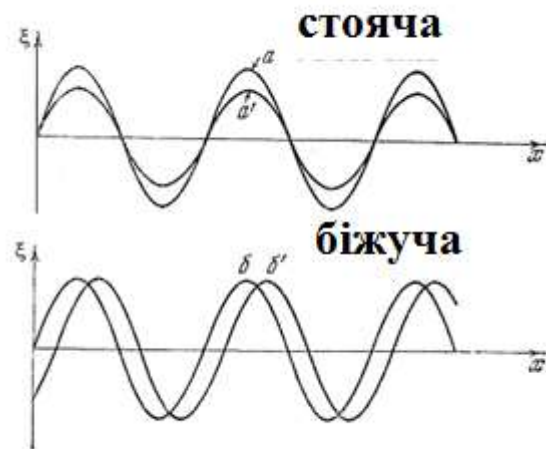


Рис. 3.

Оскільки довжина хвилі λ пов'язана зі швидкістю

поширення хвилі v і частотою коливання ν співвідношенням $\lambda = \frac{v}{\nu}$, то цим довжинам хвиль відповідають частоти

$$\nu_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{2l} n \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (13)$$

Струна, отже, може коливатися не з однією частотою, а з цілим спектром частот. Частоти ν_n називаються **власними частотами** струни. Вони є кратними частоті

$$\nu_1 = \frac{v}{2l}, \quad (14)$$

яка називається **основною частотою**.

Дослід показує, що швидкість поширення пружної хвилі вздовж струни визначається величиною натягу T струни і лінійною густиною ρ матеріалу струни (масою одиниці довжини струни)

$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}. \quad (15)$$

Підставляючи (15) в (13) з урахуванням того, що сила натягу струни дорівнює вазі тягарця $T = mg$, отримаємо формулу для розрахунку частот коливань струни

$$v_n = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{mg}{\rho}}. \quad (16)$$

Опис приладу.

Прилад складається з металевої струни 1 (рис. 4), один кінець якої закріплений, а до другого кінця через нерухомий блок 2 прикріплений вантаж 3, що забезпечує натяг струни.

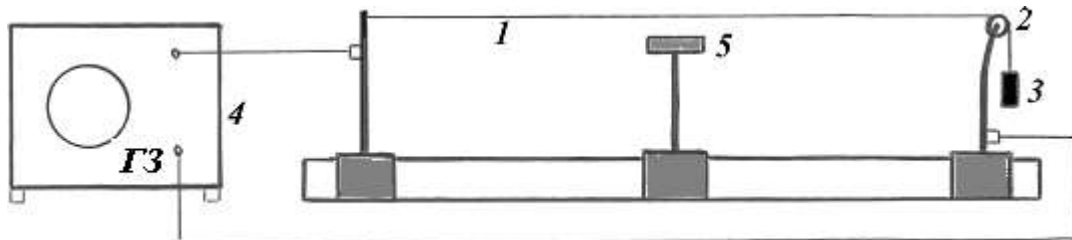


Рис.4.

Вздовж струни пропускають змінний струм від генератора 4 електричних сигналів $I3$. Обертаючи ручку настройки, можна подавати на струну змінну напругу синусоїдальної форми в широкому діапазоні частот.

Струна розміщується над постійним магнітом 5. На струну з струмом діє магнітна сила, спрямована перпендикулярно струму. Оскільки струм змінний, то і сила змінюється з тією ж частотою і розгойдує струну. Частоту зміни сили можна змінювати за допомогою генератора. Коли частота магнітної сили стає близькою до частоти власних коливань струни, виникає резонанс, і коливання посилюються.

Вимірювання.

1. Зібрати установку за схемою рис.4.
2. Створити натяг струни, навантаживши струну тягарцем маси m .
3. Переміщуючи магніт, встановити його так, щоб середина струни виявилася над ним.
4. Включити генератор. Після того, як генератор протягом 2-3 хв прогріється, повільно змінювати частоту змінного струму і домогтися стійких коливань при $n = 1$ (основна частота).
5. Записати показання генератора і замалювати розподіл амплітуд коливань точок струни.

6. Потім встановити магніт на відстані $1/4$ і $1/6$ довжини струни і домогтися стійких коливань струни при $n = 2$ і $n = 3$. Записати показання генератора і замалювати розподіл амплітуд коливань точок струни.
7. Повторити дослід при іншому значенні маси тягарця.
8. Визначити зважуванням зразка дроту лінійну густину ρ струни.
9. За формулою (16) розрахувати частоти власних коливань для кожного випадку і занести дані в таблицю.

m , кг	n	l , м	ρ , кг/м	ν генератора, Гц	ν розрах, Гц
	1				
	2				
	3				
	1				
	2				
	3				

Контрольні питання.

1. Що називається стоячою хвилею? Запишіть формулу стоячої хвилі.
2. Що називається вузлом (пучністю) стоячої хвилі?
3. Чи відбувається в стоячій хвилі переміщення коливань в просторі (уздовж осі X)?
4. Чи настає такий стан стоячої хвилі, коли всі точки струни лежать на одній прямій? Чи будуть при цьому точки нерухомими?
5. Чи відбувається перенесення енергії в стоячій хвилі вздовж осі X ?
6. У яких фазах коливаються точки струни між двома вузлами?
7. У яких фазах коливаються точки струни лежать по обидві сторони одного і того ж вузла?
8. Як змінюється амплітуда коливань між двома вузлами?
9. Чим відрізняється стояча хвиля від біжучої?
10. Які коливання струни називаються власними?

Література.

1. І. М. Кучерук та ін. Загальний курс фізики. Т.1. К. 1999.
2. Т.І. Трофимова. Курс фізики. М. 2005.

Склав І.П.Гаркуша